STUDIA EKONOMICZNE ● ECONOMIC STUDIES
NR 1 (LXXVI) 2013

*Przemysław Leszek**

MATEMATYKA: JĘZYK FIZYKI W DOBREJ SŁUŻBIE EKONOMII?

WPROWADZENIE

Zazwyczaj nie przypisuje się dużej mocy argumentom sceptyków, którzy wywodzą słabość ekonomicznego opisu z samego zastosowania matematyki. W tej kwestii przeważa pogląd, że formalizm matematyczny jako taki nie decyduje ani o treści, ani o prawomocności ujętej za jego pomocą teorii: stanowi on jedynie pustą formę, którą badacze dopiero napełniają treścią, przyporządkowując jej określone obiekty lub zjawiska świata realnego. Problem „formalistycznej ekonomii", jeżeli w ogóle istnieje, nie tkwi zatem w formalizmie *per se*, lecz co najwyżej w sposobie jego użycia.

W artykule podjęto próbę uzasadnienia tezy, która stoi w subtelnej opozycji wobec powyższego wniosku. Zawarto w nim postulat, nawiązujący do klasycznej doktryny empiryzmu, zgodnie z którym matematyka jest specyficznym rodzajem języka, który – jak pozostałe języki naturalne – rozwinął się w konkretnym otoczeniu i w określonych warunkach. Został wykształcony przede wszystkim w środowisku matematyków i fizyków, pod presją realizacji coraz to bardziej precyzyjnego oraz wygodnego opisu świata „martwych" zjawisk i obiektów fizycznych. Dlatego – przynajmniej w takim stopniu, w jakim przedmioty badań nauk przyrodniczych i społecznych różnią się od siebie – może on być nieporęczny dla ekonomistów.

UWAGI OGÓLNE

W wyniku postępującej matematyzacji nauk społecznych, współczesna ekonomia osiągnęła – w wielu obszarach swojej analizy – stopień ogólności, precyzji oraz

* Instytut Nauk Ekonomicznych, Uniwersytet Wrocławski; p.leszek@prawo.uni.wroc.pl

oszczędności argumentacji, który upodobnił ją do fizyki. Z całą pewnością nie można już „patrzeć na ekonomistów jako na rzekomych naukowców, którzy nie umieją nawet mówić językiem nauki, za jaki powszechnie uważa się matematykę. Ekonomiści matematyczni potrafią rozmawiać w tym języku równie płynnie jak fizycy" (Mayer, 1996, s. 11).

Większość naukowców i filozofów przypisuje nauce cele czysto poznawcze. Część z nich akcentuje jej rolę w rozstrzyganiu doraźnych problemów natury praktycznej (co stanowi domenę „nauk stosowanych"[1]). W każdym przypadku nie chodzi jednak w badaniach naukowych wyłącznie o prowadzenie „konwersacji" bez względu na to, jak bardzo matematyczna i „naukowa" ona by nie była.

W tym miejscu uwidacznia się jedna z różnic między fizyką oraz zmatematyzowaną ekonomią i ona właśnie stała się przyczynkiem do rozważań podjętych w niniejszym artykule. O ile bowiem rezultaty generowane przez fizykę zdają się potwierdzać banalne ustalenia wypełniające poprzedni akapit, o tyle dorobek matematycznej ekonomii wręcz przeciwnie: wydaje się im przeczyć.

Postępująca coraz szybciej – przynajmniej od czasów Wielkiej Rewolucji Naukowej[2] – matematyzacja fizyki szła bowiem w parze z rosnącym tempem dokonujących się w jej obrębie ważnych odkryć. Niektóre z nich były na tyle przełomowe, że „przekształciły europejski krajobraz, społeczeństwo, kulturę, obyczaje i światopogląd tak gruntownie, jakby na naszym globie pojawił się nowy gatunek człowieka" (Koestler, 2002, s. 9). Prawa przyrody, wyrażone w języku matematyki, nabrały charakteru równocześnie dokładnego i uniwersalnego: wiele z nich stosuje się z powodzeniem do bardzo precyzyjnego opisu zjawisk przyrodniczych, które częstokroć są tak różnorodne i odmienne, iż wcześniej nawet nie przypuszczano, że mogą one mieć ze sobą cokolwiek wspólnego (np. lot strzały, ruch księżyca oraz pływy morskie)[3]. Oczywiście błędem byłoby przypisywanie wszyst-

---

[1] Spór o prymat „nauk stosowanych" nad „nauką czystą" (oraz na odwrót) powraca niekiedy do dyskusji filozoficznej i politycznej. Jego głównymi animatorami w XX wieku byli John Bernal i Michael Polanyi.

[2] W literaturze naukowej i filozoficznej okres powstawania oraz upowszechniania się w środowisku naukowym paradygmatu mechaniki klasycznej (XVII i XVIII w.) zyskał miano „rewolucji naukowej" lub – pisanej dużymi literami – „Wielkiej Rewolucji Naukowej" (por. np. Sady, 2008, Wstęp).

[3] Jedna z głównych tendencji w fizyce, która po raz pierwszy ujawniła się z tak wielką wyrazistością właśnie w okresie Wielkiej Rewolucji Naukowej, związana była z dążeniem badaczy do tworzenia coraz to ogólniejszych teorii, obejmujących i wiążących (unifikujących) ze sobą fakty oraz zjawiska dotychczas rozpatrywane niezależnie i ujmowane przez całkiem odrębne koncepcje (Wróblewski, 2006, s. 190). Stała się ona również przedmiotem filozoficznej refleksji prowadzonej na gruncie ontologii oraz epistemologii i filozofii nauki. Sama Wielka Rewolucja Naukowa przebiegała pod znakiem mechaniki klasycznej, która za sprawą swoich poznawczych sukcesów została wyniesiona na epistemologiczny piedestał: „…system mechaniki zyskał, w powszechnej opinii, status wzorcowej teorii naukowej: jeśli odtąd jakakolwiek teoria miała pretendować do miana naukowej, to musiała pod pewnymi istotnymi (choć wyraźnie nie zidentyfikowanymi) względami przypominać Newtonowską mechanikę" (Sady, 2008, s. 7). W rezultacie – jak zauważył w swojej znanej książce z historii fizyki Noblista Max von Laue – „ przez długi czas identyfikowano mechanikę z fizyką w ogóle, widząc cel fizyki w sprowadzaniu wszystkich zjawisk do procesów mechanicznych" (Laue, 1957, s. 41). Ten wątek ruchu unifikacyjnego objął w końcu, przynajmniej w warstwie epistemologicznej, także inne dyscypliny nauki. W przypadku ekonomii objawił się m. in. pod postacią

kich tych sukcesów poznawczych (i praktycznych) samej obecności matematyki w rozumowaniu fizycznym. Trudno jednak przecenić wkład, jaki wniosła ona w nowożytny proces naukowej eksploracji świata przyrody. „Księga przyrody" – jak poetycko zauważył Michał Heller w luźnym nawiązaniu do wypowiedzi Galileusza – „pozostawała szczelnie zamknięta, dopóki ludzie nie nauczyli się jej matematycznego alfabetu" (Heller, 2010, s. 8).

Porównywanie (a tym bardziej wartościowanie) zdobyczy odrębnych dyscyplin nauki nie ma, być może, większego sensu. Trudno jednak uciec od myśli, że czysto poznawcze osiągnięcia właściwe tylko dla formalistycznej ekonomii – czyli takie, które doprowadziły do poszerzenia naszej ogólnej wiedzy o rynku i równocześnie zostały wydedukowane za pomocą matematyki – nawet w drobnej części nie są tak imponujące, jak ich fizyczne odpowiedniki. Tymczasem wiedza ekonomiczna osiągnięta w drodze wywodów niematematycznych zdaje się być pod tym względem bardziej konkurencyjna (dość tutaj wspomnieć o wpływie, jaki nadal wywierają na nasze postrzeganie systemu gospodarczego na przykład idee filozofów szkockiego oświecenia, klasyków, „austriaków", powojennych keynesistów czy monetarystów).

Roli matematyki w przyrodoznawstwie nie da się natomiast przecenić. Matematyka pozwoliła badaczom przeniknąć do tak złożonych i nieuchwytnych warstw rzeczywistości fizycznej, że bez jej udziału prawdopodobnie na zawsze pozostawałyby one dla nas nieprzeniknione (np. cały świat procesów kwantowych, który poniekąd jest światem matematycznym). Jednym z wielu przykładów weryfikujących powyższą opinię jest często przywoływana w tym kontekście teoria Einsteina. Ze sformułowanych przez niemieckiego noblistę równań pola grawitacji wydedukowano później istnienie gwiazd neutronowych, czarnych dziur oraz innych struktur oraz zjawisk przyrodniczych. Nikt wcześniej nawet nie pomyślał o tym, że takie „egzotyczne" byty mogą w ogóle istnieć, nie mówiąc już o ich poszukiwaniu czy badaniu. Dla kontrastu, wartość poznawcza wielu zakorzenionych w matematyce teorii ekonomicznych jest kwestią przynajmniej dyskusyjną, a one same są niekiedy postrzegane po prostu jako „dobra zabawa" (por. Hutchison, 1988, s. 170–171; Klamer, McCloskey, 1988, s. 8).

Wskazany w powyższym przykładzie schemat odkrycia z koniecznym udziałem matematyki często powtarzał się w nowożytnej historii przyrodoznawstwa. Nie uszedł on uwadze filozofów oraz fizyków, co zapoczątkowało w okolicach połowy

---

fizykalizmu, postulującego upodobnienie dyscyplin społecznych do fizyki. Philip Mirowski twierdzi, iż czołowi pionierzy ekonomii neoklasycznej byli pod tak silnym wrażeniem przyrodoznawstwa oraz wypracowanych w jego obrębie metod i narzędzi badawczych, że – niekiedy nawet nie będąc w pełni tego świadomi – „skopiowali matematykę fizyczną dosłownie, wyraz po wyrazie, a rezultat nazwali ekonomią matematyczną" (Mirowski, 1991, s. 147). Mirowski jest zdania, że motywacja, która „pchała do przodu" ojców neoklasycyzmu „nie była specyficzną ideą wyrażoną przez jakiś szczególny model, ale była raczej ideą imitacji fizyki" (Mirowski, 1995, s. 255; przytoczony cytat dotyczy akurat Léona Walrasa). Sami neoklasycy także nie kryli swoich motywacji oraz źródeł inspiracji (np.: Walras, 1954, s. 471; Jevons, 1965, s. 102). Wykorzystanie narzędzi matematycznych przyczyniło się także do silnej tendencji unifikacyjnej wewnątrz samej ekonomii (Weintraub, 2002), przede wszystkim pod sztandarem rewolucji marginalistycznej i teorii równowagi ogólnej. Niektórzy badacze zauważyli, że rozciągnęła się ona także na inne dziedziny społeczne, czemu nadano nazwę „ekonomicznego imperializmu" (Brzeziński i in., 2008).

XX w. fascynującą dyskusję na temat przyczyn „niepojętej skuteczności matematyki w naukach przyrodniczych" (Wigner, 1960). Michał Heller w sposób następujący naświetlił jej przedmiot: „Przystępując do konstruowania matematycznych modeli (lub teorii) świata, inwestujemy w nie informacje, jakie udało nam się uzyskać przy pomocy obserwacji i eksperymentów, przeprowadzanych w oparciu o wcześniejsze modele (lub teorie). Jednakże nasze teoretyczne struktury z reguły okazują się bogatsze od informacji, jakie w nie wkładamy. To matematyka podpowiada nam, jakie informacje włączyć do nowych struktur, a jakie zignorować. To przy pomocy matematyki z nowych modeli i teorii dedukujemy nowe przewidywania empiryczne. To matematyka sama jest strukturą naszych modeli i teorii (…). Tworzone przez nas matematyczne modele przyrody nie tylko przetwarzają informację, którą w nie włożyliśmy, ale również produkują nową informację. Co więcej, nowa informacja nadzwyczaj często dokładnie odpowiada temu, co obserwujemy, zwracając przyrządy we wskazanym przez model kierunku" (Heller, 2010, s. 8–9).

Dotychczasowe ustalenia dyskusji sugerują, iż matematyka raczej nie może stanowić jedynie czysto arbitralnej gry symboli i jest w szczególny sposób „kompatybilna" ze strukturą rzeczywistości materialnej. W tym kontekście mówi się w filozofii o „matematyczności przyrody" lub niekiedy – o „przyrodniczości matematyki" (Duda, 2010).

Entuzjazm oraz podziw fizyków dla matematyki zdaje się kontrastować z wątpliwościami coraz częściej zgłaszanymi przez ekonomistów i metodologów ekonomii co do kierunku, w jakim zmierza ich własna dyscyplina (Mayer, 1996). Podczas gdy czołowi fizycy rozpływają się nad „niepojętą skutecznością matematyki w naukach przyrodniczych" (Wigner, 1960), ekonomistów nierzadko gnębi przeświadczenie, że „efemeryczność istotnej treści ich wywodu zostaje ukryta za przerażającą fasadą znaków algebraicznych" (W. Leontief, cyt. za: Mayer, 1996, s. 13) oraz że „ich wielce wyrafinowane badania przynoszą w ostatecznym rozrachunku pozbawione sensu wyniki" (Klamer, Colander, 1990), zaś „produkowany materiał naukowy nie spełnia tego zadania, które ekonomia miała tradycyjnie do spełnienia" (Harberger i in., 1992, s. 1). W podobnym – krytycznym wobec formalistycznej ekonomii – duchu wypowiadali się także Robert Clower (1989), Ronald Coase (np. 1990, s. 3), Mark Blaug (1995, s. 251–253; 1998) czy Paul Krugman (2009).

Trwale niska skuteczność matematycznego sposobu uprawiania ekonomii (w kontekście realizacji tradycyjnych celów nauki) skłania do refleksji nad przyczyną owego stanu rzeczy, w szczególności: czy należy jej upatrywać w samej tylko teorii ekonomii, w nieumiejętnym posługiwaniu się matematyką, czy też źródło problemu tkwi głębiej, na poziomie metateorii oraz metodologii i jest rezultatem na przykład „niematematyczności" określonych zjawisk i stosunków społecznych. W dalszej części wywodu – odwołując się do ustaleń historii nauki oraz wybranych wątków filozoficznej dyskusji na temat matematyki – będę rozpatrywał tę drugą ewentualność, postulując możliwość istnienia niekompatybilności struktury matematyki (albo chociaż tego jej wycinka, który wykorzystują ekonomiści, tworząc swoje teorie) oraz treści, jaką badacze próbują w tę strukturę włożyć (lub jej przypisać).

„PRZYRODNICZOŚĆ" MATEMATYKI

Wydaje się dość oczywiste, że sam formalizm matematyczny jako taki nie decyduje o wiarygodności ujętej za jego pomocą teorii. Stanowi on bowiem jedynie pustą formę (strukturę), którą naukowcy dopiero napełniają treścią, przyporządkowując jej określone obiekty lub zjawiska świata realnego. Jeśli jednak sama ta struktura jest w określony sposób zdeterminowana, wydaje się wówczas nader wątpliwe, by można było za jej pomocą uchwycić treści każdego możliwego rodzaju. Spojrzenie na matematykę jak na specyficzną odmianę języka rzuca nieco światła na charakter treści, która może być ujmowana i komunikowana za jego pośrednictwem.

Uznanie matematyki za język, który – podobnie jak inne języki naturalne – wyewoluował w konkretnym środowisku ma tutaj znaczenie podstawowe. Naukowcy i filozofowie – pisząc lub mówiąc o „matematycznym języku", „języku fizyki", „języku nauki" itd. – mają zwykle na myśli to, że matematyka – choć może nie jest językiem dokładnie w tym samym sensie, co na przykład język angielski lub polski – pod wieloma istotnymi względami jest do nich podoba (ma charakter abstrakcyjno-symboliczny, jest systemem leksykalnym pozwalającym tworzyć i komunikować rozmaite pojęcia, posiada dobrze sprecyzowaną syntaktykę itd.). Niektórzy badacze twierdzą, że „matematyka jest podobna do języka dlatego, że po prostu jest językiem, takim jak każdy inny język" (Usiskin, 1996)[4].

Każdy język charakteryzuje się pewnymi szczególnymi dla niego cechami. Niektóre z nich można w prosty sposób połączyć logicznie ze specyfiką otoczenia, w jakim ów język się rozwijał. Dobrą (gdyż najbardziej oczywistą i najlepiej udokumentowaną) ilustrację takiego rodzaju relacji stanowi związek między zawartością zasobów leksykalnych określonych języków oraz właściwościami ekosystemów zamieszkiwanych przez posługujące się nimi społeczności. Na przykład Hawajczycy dysponowali słowami pozwalającymi rozróżniać odmienne rodzaje lawy, podczas gdy Eskimosi − lodu. Język arabski zawierał wiele słów odpowiadających polskiemu „wielbłąd" (Usiskin, 1996). Słowniki ludów koczowniczych zwykle wcale nie posiadały określeń związanych z uprawą roli czy hodowlą zwierząt. Tego rodzaju przykłady można mnożyć. Ogólnie rzecz biorąc, języki były (niekiedy nadal są) „napiętnowane" cechami otoczenia, w jakich się rozwijały: określony system językowy jest zwykle w pewien sposób wyspecjalizowany w odniesieniu do istotnych i charakterystycznych − dla danej kultury lub danego środowiska − kwestii.

Uznanie matematyki za język daje sposobność spojrzenia na nią właśnie z punktu widzenia antropolingwistyki, czyli pod kątem odzwierciedlenia w samym tym języku (słownictwie, strukturze itd.) specyfiki jego rozwoju oraz okoliczności, w jakich proces ten zachodził. Jego przebieg można zrekonstruować na podstawie informacji zawartych w opracowaniach z zakresu historii matematyki i fizyki. Wiele z nich wskazuje na to, iż matematyka to wyspecjalizowany język, który

[4] Korzystałem z artykułu w polskim tłumaczeniu: http://tmostowski.hostzi.com/attachments/020_Usiskin_Z.pdf (dostęp: wrzesień 2012).

ewoluował przede wszystkim w środowisku matematyków oraz fizyków, nierzadko pod presją realizacji coraz to bardziej precyzyjnego oraz wygodnego opisu świata „martwych" zjawisk i obiektów fizycznych.

Badacze prehistorii matematyki nie mają wątpliwości co do tego, że język matematyki w pierwszym okresie kształtował się niejako w bezpośredniej odpowiedzi na ówczesne realne potrzeby, związane z codzienną pragmatyką (Życiński, 2010, s. 21). Co więcej, nie był to jeden język: każda starożytna cywilizacja posiadała swój własny system pojęć matematycznych, który pozwalał wyrażać i rozwiązywać istotne dla niej, praktyczne problemy o charakterze ilościowym (Kordos, 1994). Arytmetyka (czy raczej arytmetyki) – najstarszy dział matematyki – biorąca swój początek wraz pojawieniem się systemów liczebnikowych, wyłoniła się w procesie abstrahowania przez ludzi od ilościowych aspektów świata materialnego (co dało także początek algebrze). W tym pierwszym okresie „miało miejsce dostosowywanie formuł arytmetycznych do aktualnych potrzeb związanych ze strukturą świata fizycznego" (Życiński, 2010, s. 21). Geometria natomiast pierwotnie stanowiła zbiór metod i przepisów wykonywania pomiarów przedmiotów materialnych, często pól uprawnych (w starogreckim słowo „geometria" oznacza dosłownie „mierzenie ziemi"). Zanim została przekształcona przez Greków w system aksjomatyczno-dedukcyjny, miała charakter głównie empiryczny[5]. Nawet kompilacyjne dzieło Euklidesa, czyli *Elementy* – matematyczna „Biblia Starego Testamentu" – choć wprawdzie nie zawiera bezpośrednich odwołań do obserwacji, ale „możemy być w zasadzie pewni, że starożytni używali swych abstrakcyjnych systemów dedukcyjnych do porządkowania faktów lub wrażeń zmysłowych" (Wawrzycki, 2011, s. 28).

Także matematyczne rozumowanie średniowiecznych i renesansowych uczonych często opierało się na „inwencji eksperymentatora", by wspomnieć tu choćby o Galileuszu, który, na potrzeby badania ruchu, wprowadził do matematyki pojęcie wektora (jako wygodną reprezentację równi pochyłej), co później dało podstawy geometrii analitycznej (Kordos, 1994, s. 139–140). Historycy są raczej zgodni w kwestii tego, że przynajmniej pewna część narzędzi nowożytnej matematyki – które dzisiaj tak dobrze służą fizykom – powstało w wyraźnym związku z poszukiwaniem rozwiązań konkretnych problemów w dziedzinie fizyki (np. rachunek różniczkowy, rachunek prawdopodobieństwa). Istnieją też takie, które – pierwotnie zapomniane – stały się ponownie przedmiotem zainteresowania dopiero wówczas, gdy powiązano je ze zjawiskami przyrodniczymi (np. krzywe stożkowe, matematyka optymalizacji).

Większość działów współczesnej matematyki, na przykład geometria analityczna, analiza matematyczna, rachunek różniczkowy i całkowy czy rachunek prawdopodobieństwa, to dziedziny stosunkowo młode[6]. Ich intensywny rozwój

---

[5] Na przykład twierdzenie Pitagorasa było prawdopodobnie znane i stosowane w Egipcie bez dowodu, jako prawo wywiedzione empirycznie, na długo zanim w ogóle powstała starogrecka cywilizacja.

[6] Filozoficzny spór dotyczący filogenezy matematyki oraz statusu bytów matematycznych jest prowadzony nieprzerwanie od czasów starożytnych i nie doczekał się definitywnego rozstrzygnięcia. Jeden z ważniejszych problemów leżący u jego podstaw można ująć w pytaniu, na ile matematyka jest odkrywana, a na ile tworzona przez badaczy? (Heller, 2010, s. 11–12). Dwa „klasyczne"

nastąpił dopiero w XVII i XVIII w., w trakcie wspomnianej Wielkiej Rewolucji Naukowej. Okres ten zawdzięcza jednak swoją nazwę przede wszystkim temu, co działo się w tym czasie w przyrodoznawstwie: naukowcy świętowali mianowicie nieprzerwane pasmo sukcesów w objaśnianiu i prognozowaniu zjawisk przyrodniczych. Praktycznie w ciągu jednego stulecia – za sprawą Galileusza, Johannesa Keplera, Jacquesa Bernoulliego, Christiaana Huygensa, Giovanniego Borelliego, Blaise'a Pascala, Roberta Boyle'a, Roberta Hooke'a czy Isaaca Newtona – ukształtował się obraz naszego dzisiejszego świata. Później Leonhard Euler, Jean Le Rond d'Alembert, Pierre Simon de Laplace i Joseph Louis de Lagrange nadali mu bardziej formalną postać, przez ujęcie opisującej go mechaniki (początkowo wyrażanej przeważnie w kategoriach geometrii) w elegancką analityczną formę. W ślad za ich odkryciami kroczyły użyteczne wynalazki oraz spektakularne osiągnięcia rewolucji technicznej i przemysłowej.

Marek Kordos, autor bodaj najbardziej poczytnej polskiej książki z historii matematyki, uznał, iż najlepszym sposobem charakterystyki matematyki tamtego okresu jest opis prawa powszechnego ciążenia Newtona, gdyż „zarówno jego bezpośrednia treść, jak i technika jego uzyskania doskonale ilustrują główny dla tego stulecia, jak i dla dwóch następnych, nurt matematyki. Jest to matematyka wywodząca się z intuicji fizyki, służąca owej fizyce, a także technice (…), matematyka, która ufundowała sztandarową dla XIX wieku parę i elektryczność. Techniki, jakie zostały zastosowane przez Newtona, noszą wyraźnie znamię „swojego fizycznego pochodzenia" (Kordos, 1994, s. 159).

W kontekście omawiania związku matematyki i fizyki nie bez znaczenia pozostaje również fakt „personalnego" pokrewieństwa obu dziedzin: wybitni matematycy nierzadko byli równocześnie fenomenalnymi fizykami. Niektórzy matematycy, jak zauważył Wróblewski (2006, s. 191), traktowali „zagadnienia fizyczne jako swoisty poligon doświadczalny do rozwijania analizy matematycznej". Badania historyczne dotyczące stosunku matematyki i fizyki – na przykład zapre-

i najbardziej niezgodne w tej kwestii stanowiska głoszą, że: 1) matematyka jest zakorzeniona w strukturze rzeczywistości (stanowi coś w rodzaju Platońskiego świata ideałów) i jako taka istnieje niezależnie od człowieka, zaś zadaniem matematyków jest jej odkrywanie (platonizm, reprezentowany m.in. przez Godfreya Hardy'ego czy Kurta Gödela); 2) matematyka to jedynie wolna gra symboli wymyślonych przez człowieka (swoją naturą przypominająca swobodną kreację artystyczną) i w związku z tym nie zawierająca w sobie jakichkolwiek informacji o rzeczywistości (nurt formalistyczny, reprezentowany m.in. przez Davida Hilberta, Bertranda Russella, Alfreda Whiteheada). Pomiędzy nimi znajduje się całe spektrum poglądów mniej lub bardziej umiarkowanych. W konkluzji do swoich *Prób oceny różnych stanowisk w filozofii matematyki* Mieczysław Lubański zauważył: „matematyka dzisiejsza jest bogata w wielorakie idee i tak rozbudowana, że w jakimś stopniu każde z istniejących stanowisk da się obronić. Z drugiej strony, nie mogą być one traktowane jako pełne i wyłączne rozwiązania problematyki filozoficznej w odniesieniu do matematyki" (Lubański, 2010, s. 59). Uważam, że zaprezentowane w niniejszym artykule spojrzenie na problem matematyki od strony ewolucji myśli ludzkiej nie stoi w sprzeczności z większością z nich, choć z całą pewnością kłóci się ze skrajnie formalistycznym (ponieważ moje wyjaśnienie implikuje, że matematyka – nawet jeśli istnieje „tylko" jako język – nie jest całkowicie dowolną grą symboli, gdyż ów język został ukształtowany wedle ewolucyjnych reguł, które zadecydowały o jego obecnej korespondencji z rzeczywistością fizyczną).

zentowane przez Elizabeth Garber w książce o wymownym tytule *The Language of Physics* (1999) – ujawniają, że matematycy często stawiali sobie za cel redukcję fizyki do matematyki i z tą myślą rozwijali aparat matematyczny (Garber, 1999, s. X, 56). Wspominani już Leibniz, Pascal, Euler, d'Alembert, Laplace, Lagrange, Hamilton czy Bernoulli – by wskazać tu jedynie kilku badaczy z plejady największych sław naukowych – to nazwiska, na które Czytelnik może się natknąć z równą łatwością bez względu na to, czy akurat przegląda książkę z fizyki, czy z matematyki.

Jako ciekawostkę można dodać, że w odległej przeszłości, na przykład w epoce Aleksandra Macedońskiego, termin „matematyka" obejmował nie tylko geometrię, ale także katoptrykę, mechanikę czy hydrostatykę, czyli działy, które dzisiaj zostałyby zakwalifikowane do fizyki (Wawrzycki, 2011, s. 30). Jeszcze w XVIII w. mechanikę zwykle wykładano na europejskich uniwersytetach w ramach kursów matematyki (Wróblewski, 2006, s. 193). Natomiast rachunek prawdopodobieństwa pod koniec XIX w. nadal stanowił dział fizyki.

Wielu współczesnych matematyków i fizyków stoi na stanowisku – jakkolwiek teza ta jest przedmiotem sporów – że „matematyka jest ostatecznie wiedzą przyrodniczą, że jej pojęcia i metody są zakorzenione w doświadczeniu i że próby ustalenia podstaw matematyki bez uwzględnienia jej pochodzenia z nauk przyrodniczych są skazane na niepowodzenie" (cyt. A. Mostowski za: Duda, 2010, s. 45). W przedmowie do polskiego wydania *Zasad* Newtona (2011) Michał Heller zauważył, że intuicja fizyczna „działa (…) niejako na tle myślenia matematycznego. Nie znaczy to, że od samego początku musi być włożona w jakieś równania. Nie! Pracuje ona swobodnie, ale struktury matematyczne są w niej jakoś domyślnie obecne (Heller, 2011, s. 11). „Domyślna obecność" owej „intuicji fizycznej" może stanowić wyraz silnego, choć wymykającego się precyzyjnej artykulacji związku fizyki oraz matematyki.

WNIOSKI DLA EKONOMII

Co to oznacza dla ekonomii? Otóż jeśli formalizm matematyczny jest rodzajem języka, wówczas wiele przemawia za tym, by uznać go za język fizyki. Ewoluował on bowiem – przede wszystkim w środowisku matematyków i fizyków oraz w silnym związku z rozwojem przyrodoznawstwa – pod niewątpliwą (choć niekiedy trudną do udokumentowania i oszacowania) presją realizacji coraz to bardziej precyzyjnego i wygodnego opisu świata „martwych" zjawisk i obiektów fizycznych. Wprawdzie sam w sobie jest on w zasadzie transparentny wobec konkretnych danych empirycznych, ale równocześnie nie stanowi wyłącznie wolnej gry symboli opartej na czysto arbitralnych regułach. Jest bowiem systemem językowym – jakkolwiek abstrakcyjnym i elastycznym – to jednak wyspecjalizowanym pod kątem jak najwierniejszego i jak najdokładniejszego opisu obiektów materialnych oraz całokształtu zachodzących pomiędzy nimi relacji. Dlatego – przynajmniej w takim zakresie, w jakim przedmioty badań nauk przyrodniczych oraz społecznych różnią się od siebie – może on być dla ekonomistów po prostu nieporęczny chociażby już z tego powodu, dla którego tradycyjne języki Eskimosów niezbyt dobrze nadają się do opisu bogactwa fauny i flory lasów równikowych[7]. Wobec tego zjawiska społeczne, kształtujące się w rezultacie ludzkiego działania i w związku z ludzką subiektywną oraz zmieniającą się percepcją świata, mogą być co najmniej trudne do „przełożenia" na przykład na ruch obdarzonych masą „martwych" obiektów w przestrzeni fizycznej.

Pierwsze próby zmierzenia się z tym problemem prowadzono już w II połowie XVIII w. na fali popularności teorii Newtona (podejmował je na przykład znany francuski matematyk i inżynier Achille-Nicolas Isnard (1781)), jednak dopiero „rewolucja marginalistyczna", która „wybuchła" sto lat później, przyniosła w tym względzie przełom. Wspólnym choć niezależnym wysiłkiem jej ojców – zwłaszcza Williama Stanleya Jevonsa i Léona Walrasa – powstała matematyczna teoria wyboru konsumenta (rozciągnięta później także na sferę produkcji), która wraz z Walrasowską teorią równowagi ogólnej dała podwaliny „kanonicznemu" matematycznemu modelowi gospodarki, rozwijanemu później w nurcie neoklasycznym przez kolejne pokolenia ekonomistów.

Warto zatrzymać się przy teorii Jevonsa, by przez pryzmat jej analizy wskazać jedną z cech – jak się wydaje – dość symptomatyczną dla koncepcji społecznych wyrażanych językiem, ukształtowanym w kontekście opisu pewnej klasy zjawisk fizycznych (w tym akurat przypadku chodzi o matematykę optymalizacji, rozwijaną pierwotnie w optyce i mechanice w związku ze spostrzeżeniem, iż pewne wielkości w przyrodzie z natury rzeczy dążą do swoich minimalnych wartości).

Jak wiadomo, Jevons, zapożyczywszy od Jeremy'ego Benthama pojęcie użyteczności, natomiast od Hermanna Heinricha Gossena koncepcję zmniejszających się korzyści z konsumpcji, usiłował połączyć obie idee w formie matematycznego modelu (Beinhocker, 2006, s. 34). Swoją teorię oparł na założeniu, że każdy podmiot rynku, kierując się własnym interesem, dąży do osiągnięcia maksymalnego zadowolenia. Przez pryzmat formalizmu, w jaki Jevons przyodział ów postulat, proces ten jest w zasadzie tożsamy z ruchem ciała fizycznego: obiekt (jednostka) jest ciągniony przez siłę grawitacyjną („samolubny interes") w kierunku zapewniającym mu (oraz całemu układowi) uzyskanie coraz to wyższego poziomu energii (użyteczności). W związku z tym, że ów „obiekt", czyli jednostka, dyspo-

---

[7] Różnice między językami mogą tkwić dużo głębiej niż w tylko w powierzchownej warstwie leksykalnej. Na przykład język, którym posługują się członkowie brazylijskiego plemienia Amondawa nie zawiera konceptu czasu oraz związanych z nim pojęć (w rodzaju „zeszły rok", „następny tydzień", „za godzinę" itd.). Co więcej – podobnie jak języki wielu innych plemion zamieszkujących tereny Amazonii – nie obejmuje on także idei cyfry powyżej pięciu. Członkowie Amondawy posługują się jedynie określeniami nocy i dnia oraz pory suchej i deszczowej. Mogą wprawdzie komunikować różne zdarzenia lub ich sekwencje, ale nie dysponują narzędziami językowymi odpowiednimi do umiejscawiania ich w czasie. Nie posiadają nawet określeń na wiek człowieka – o nim świadczą jedynie nadawane wraz z upływem czasu nowe imiona lub zmiana statusu społecznego (Sinha i in., 2011). Nietrudno zauważyć, że sporządzenie w języku Amondawa zrozumiałego opisu choćby wycinka naszej zwykłej codzienności – jeśli w ogóle jest to możliwe – z całą pewnością byłoby zadaniem niełatwym (natomiast sam ten opis z konieczności musiałby być bardzo skomplikowany).

nuje jedynie skończoną liczbą zasobów, ruch ten musi napotkać pewne ograniczenia. Problem ekonomiczny sprowadza się zatem do problemu statycznej optymalizacji warunkowej: poszukiwania takiego stanu układu (kombinacji dóbr i usług), którego energia potencjalna (użyteczność) będzie największa, przy zadanych ograniczeniach tego ruchu (ograniczeniu budżetowym). Podobnie jak piłka umieszczona we wklęsłej półkolistej misie „mechanicznie" zdąża do osiągnięcia najniższego stanu energii potencjalnej, w ramach ograniczeń ruchu narzuconych jej przez kształt naczynia (mówi o tym fizyczna „zasada minimum energii potencjalnej"), tak istota ludzka, ograniczona dostępnością dóbr, osiąga maksimum swojego szczęścia, „poruszając się" (prowadząc wymianę) w „przestrzeni dóbr i usług" (czyli na rynku). Owa „przestrzeń dóbr i usług" została zdefiniowana jako izomorficzna w stosunku do przestrzeni euklidesowej, co – według Mirowskiego – stanowi „najgłębiej zakorzeniony, dyskretny postulat współczesnej myśli ekonomicznej" (Mirowski 1991, s. 153). Gérard Debreu krótko wyjaśnił jego znaczenie: „fakt, że przestrzeń dóbr posiada strukturę rzeczywistej przestrzeni wektorowej jest elementarną przyczyną sukcesu matematyzacji teorii ekonomicznej" (Debreu, 1984, s. 267–268).

Główna różnica pomiędzy „problemem fizycznym" i „problemem ekonomicznym" – w świetle powyższego porównania układu fizycznego i analogicznego Jevonsowskiego „układu społecznego" – sprowadza się zatem do tego, że fizyka zwykle interesuje pewne minimum, podczas gdy ekonomistę – maksimum (co z punktu widzenia zastosowanego aparatu matematycznego nie ma żadnego znaczenia). Wkład Jevonsa do teorii ekonomicznej polegał zatem m.in. na „translacji" ludzkiego działania na język fizyki, czyli przedstawieniu problemu wyboru ekonomicznego jako matematycznego zagadnienia optymalizacji warunkowej, przez pryzmat którego rezultat działań jednostki jest równie przewidywalny i łatwy do ustalenia, co położenie piłki tenisowej wrzuconej do naczynia o półkulistym dnie. Samo podejście analityczne polegające na formalnym ujęciu decyzji podmiotów rynku w kategoriach rachunku różniczkowego, zostało później rozciągnięte przez innych neoklasyków, pod nazwą „rachunku (ekwi)marginalnego", na pozostałe kategorie ekonomiczne.

Powyższy przykład uwidacznia interesującą właściwość „matematycznej translacji", być może związaną właśnie z tym, że w tle myślenia matematycznego działa intuicja fizyczna (Heller, 2010, s. 11). Przejście od ekonomii klasycznej do neoklasycznej polegało mianowicie nie tylko na zmianie formy – z „bardziej werbalnej" na „bardziej matematyczną" – ale poniekąd pociągnęło za sobą zmianę ontologii: stare pojęcia i koncepcje ekonomiczne, wyrażone za pomocą nowego języka fizyki, uzyskały całkiem nowe znaczenia, które ponownie zostały określone w odniesieniu do rzeczywistości fizycznej. Podmiot rynku został na przykład utożsamiony z materialnym obiektem fizycznym (albo z polem fizycznym), motywy jego działania zredukowano do sił grawitacyjnych lub innych fizycznych oddziaływań, zaś samo ludzkie działanie zostało sprowadzone do reagowania podporządkowanego ścisłym prawom przyrody (Lachmann, 1996, s. 278). Co więcej – choć omawiany przykład akurat tego nie sugeruje – podobny los spotkał także inne podstawowe kategorie ekonomiczne: ceny, użyteczność, konkurencję, monopol, równowagę ekonomiczną, efektywność rynkową, przedsiębiorczość itd. (Machovec, 1995, s. 14–51). Terminy te, choć zachowały swoje dawne brzmienia, to w matematycznym anturażu uzyskały nowe znaczenia[8] (niektóre spośród różnic zademonstrował Frank Machovec (1995)).

Podejście neoklasyczne, hołdujące pozytywistycznemu modelowi nauki i oparte na języku fizyki, doczekało się w literaturze skrajnych ocen (szczególnie teoria równowagi ogólnej, która – postrzegana przez ich pryzmat – zdaje się równocześnie stanowić symbol największego triumfu, jak i dowód całkowitej porażki ekonomii neoklasycznej). Gros krytycznych uwag wymierzono przeciwko temu, co można by nazwać „odhumanizowaniem" nauk społecznych, przejawiającym się m.in. w odrzuceniu przez naukowców (często w sposób nieświadomy) prostego postulatu metodologicznego mówiącego o tym, że wyjaśnienia w ekonomii powinny być powiązane z naszym postrzeganiem siebie jako istot ludzkich (Mayer 1996, s. 132; Langlois, Koppl, 1991). Jego negacja otworzyła drogę analizom oderwanym od obserwowanej na co dzień działalności gospodarczej ludzi (Lachmann, 1996, s. 278). W świetle przedstawionych w niniejszej pracy ustaleń mogła ona mieć ważne źródło w filogenetycznych właściwościach samego języka matematyki – tradycyjnie wspierającego „myślenie fizyczne" – jakim ekonomiści usiłują wyrażać ludzkie działanie i świat stosunków społecznych.

ZAKOŃCZENIE

Najbardziej sceptyczne opinie na temat matematyzacji ekonomii, głoszone na przykład przez Ludwiga von Misesa, Ludwiga Lachmanna, Murraya Rothbarda (Kwaśnicki, 2009, s. 246–247) czy polskiego ekonomistę Adama Heydla, oparte były, moim zdaniem, właśnie na przeświadczeniu tych naukowców – lepiej bądź gorzej przez nich wyartykułowanym i uzasadnionym – o nieadekwatności języka matematyki jako formy teoretycznego wyrazu w ekonomii. Wyznawany przez nich radykalizm nie był zatem rezultatem wyłącznie jakiejś niejasnej i irracjonalnej fobii matematycznej. Jeśli ich diagnozy są poprawne – za czym przemawiają ustalenia niniejszego artykułu – wówczas tendencja do „przekładania" wszelkich ekonomicznych koncepcji na język matematyki musi pociągnąć za sobą inną tendencję: postępującą eliminację z obszaru ekonomicznych rozważań tych ważnych, choć „kłopotliwych" zjawisk i pojęć, które nie dają się łatwo „przetłumaczyć" na język matematyki. To z kolei oznaczałoby, w perspektywie jej przyszłego rozwoju, nieuchronne oddalanie się ekonomii od rzeczywistości gospodarczej.

Chociaż dotychczasowa krytyka nadmiernej matematyzacji ekonomii – domena przede wszystkim przedstawicieli szkół heterodoksyjnych – nie odcisnęła zbyt głębokiego piętna na głównym nurcie, istnieją przesłanki pozwalające prognozować, iż wyżej wzmiankowany trend zostanie w przyszłości wyhamowany (Godłów-Legiędź, 2010).

[8] Z czasem nawet sam sposób definiowania ekonomii uległ zmianie (Blaug, 2000, s. 311).

Na tle tej tradycyjnej krytyki ważnym rysem zachodzących dopiero od niedawna w ekonomii zmian jest to, że postulaty ich przeprowadzenia coraz częściej wychodzą także z „głównego nurtu" (Wojtyna, 2008, s. 10). W szczególności uwaga ta dotyczy kwestii nadmiernej matematyzacji ekonomii, wobec której krytyczne uwagi coraz częściej napływają właśnie od strony ekonomistów głównego nurtu[9] (por. Kwaśnicki, 2009, s. 240–241). Kryzysowe doświadczenia ostatnich lat sprowokowały ponadto ważną dyskusję na temat roli matematyki w ekonomii oraz matematycznego modelowania (Hardt, 2009). Mogą one dodatkowo przyczynić się do przyśpieszenia procesu zachodzenia tych zmian.

BIBLIOGRAFIA

Beinhocker E.D. (2006), *The Origin of Wealth. Evolution, Complexity, and the Radical Remaking of Economics*, Harvard Business School Press, Cambridge, Mass.

Blaug M. (1995), *Metodologia ekonomii*, Wydawnictwo Naukowe PWN.

Blaug M. (1998), *Disturbing Currents in Modern Economics*, "Challenge", Vol. 41, No. 3.

Blaug M. (2000), *Teoria ekonomii. Ujęcie retrospektywne*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Brzeziński M., Gorynia M., Hockuba Z. (2008), *Ekonomia a inne nauki społeczne na początku XXI wieku. Między imperializmem a kooperacją*, „Ekonomista", nr 2.

Clower R.W. (1989), *The state of economics: hopeless but not serious?* w: *The Spread of Economic Ideas*, D.C. Colander (red.), Cambridge University Press, Cambrigde.

Coase R. (1990), *The Firm, the Market and the Law*, The University of Chicago Press, Chicago–London.

Debreu G. (1984), *Economic theory in the mathematical mode*, "The American Economic Review", Vol. 74, No. 3.

Duda R. (2010), *'Matematyczność przyrody' czy 'przyrodniczość matematyki'?* w: *„Matematyczność przyrody"*, M. Heller, J. Życiński (red.), Petrus, Kraków.

Garber E. (1999), *The Language of Physics: The Calculus and the Development of Theoretical Physics in Europe, 1750–1914,* Birkhäuser, Boston–Basel–Berlin.

Godłów-Legiędź J. (2010), *Współczesna ekonomia. Ku nowemu paradygmatowi*, Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa.

Harberger A.C., Kruger A.O., Fox J.W., Edwards S. (1992), *Interface between economic techniques and economic policy*, "Contemporary Policy Issues", Vol. 10.

Hardt Ł. (2009), *Czy ekonomia radzi sobie z wyjaśnianiem i opisywaniem rzeczywistości?* „Studia Ekonomiczne", nr 3–4.

Heller M. (2010), *Co to oznacza, że przyroda jest matematyczna,* w: *Matematyczność przyrody*, M. Heller, J. Życiński (red.), Petrus, Kraków.

Heller M. (2011), *Przedmowa*, w: I. Newton, *Matematyczne Zasady Filozofii Przyrody*, Copernicus Center Press, Kraków.

Hutchison T.W. (1988), *The case for falsification*, w: *The Popperian Legacy in Economics*, N. de Marchi (red.), Cambridge University Press, Cambridge.

[9] Część z nich zaprezentowałem wcześniej w głównym tekście niniejszej pracy.

Isnard A.-N. (1781), *Traité des Richesses*, Grasset, Lausanne.
Jevons W.S. (1905), *The Principles of Science*, Macmillan, London.
Jevons W.S. (1965), *The Theory of Political Economy*, 5th Edition (reprinted in 1965), Augustus M. Kelley, New York.
Jevons W.S. (1972–1981), *The Papers and Correspondence of William Stanley Jevons* (Vol. 1–7), C.R.D. Black (red.), Macmillan, London.
Klamer A., McCloskey D.N. (1988), *Economics in the Human Conversation,* w: *The Consequences of Economic Rhetoric*, A. Klamer, D.N. McCloskey, R.M. Solow (red.), Cambridge University Press.
Klamer A., Colander D. (1990), *The Making of an Economist*, Westview Press, Boulder, Colorado.
Koestler A. (2002), *Lunatycy,* Wydawnictwo Zysk i S-ka, Poznań.
Kordos M. (1994), *Wykłady z historii matematyki*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa.
Krugman P. (2009), *How did economists get it so wrong?*, "The New York Times", September 6.
Kwaśnicki W. (2009), *Czy kryzys finansowy przyczynia się do kryzysu w naukach społecznych*, „Studia Ekonomiczne", nr 3–4.
Langlois R.N., Koppl R. (1991), *Fritz Machlup and marginalism: a reevaluation*, "Methodus" (3) 2, December.
Laue M. von (1957), *Historia fizyki*, PWN, Warszawa.
Lubański M. (2010), *Próba oceny różnych stanowisk w filozofii matematyki*, w: *Matematyczność przyrody*, M. Heller, J. Życiński (red.), Petrus, Kraków.
Lachmann L. (1996), *Expectations and The Meaning of Institutions. Essays in Economics by Ludwig Lachmann*, D.C. Lavoie (red.), Routledge, London–New York.
Machovec F.M. (1995), *Perfect Competition and the Transformation of Economics*, Routledge, London.
Mayer T. (1996), *Prawda kontra precyzja w ekonomii*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
Mirowski Ph. (1991), *The when, the how and the why of mathematical expression in the history of economic analysis*, "Journal of Economic Perspectives", Vol. 5, No. 1.
Mirowski Ph. (1995), *More Heat than Light: Economics as a Social Physics, Physics as Nature's Economics*, Cambridge University Press, Cambridge.
Newton I. (2011), *Matematyczne zasady filozofii przyrody*, Copernicus Center Press, Kraków.
Sady W. (2008), *Spór o racjonalność naukową. Od Poincarégo do Laudana*, http://www.scribd.com (pierwotnie: FUNNA, Wrocław 2000).
Sinha Ch., Sinha V. da Silva, Zinken J., Sampaio W. (2011), *When time is not space: The social and linguistic construction of time intervals and temporal event relations in an Amazonian culture*, "Language and Cognition", Vol. 3, No. 1.
Usiskin Z. (1996), *Mathematics as a language,* w: *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond. 1996 Yearbook*, P.C. Elliot, M.J. Kenney (red.), NCTM, Reston.
Walras L. (1954), *Elements of Pure Economics, or the Theory of Social Wealth* (tłum. W. Jaffé), George Allen and Unwin, London.
Wawrzycki J. (2011), *Wstęp*, w: Newton I., *Matematyczne Zasady Filozofii Przyrody* (tłum. J. Wawrzycki), Copernicus Center Press, Kraków.

Weintraub R.E. (2002), *How Economics Became a Mathematical Science*, Duke University Press, Durham and London.
Wigner E. (1960), *The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences*, "Communications in Pure and Applied Mathematics", No. 13.
Wojtyna A. (2008), *Współczesna ekonomia – kontynuacja czy poszukiwanie nowego paradygmatu?*, „Ekonomista", nr 1.
Wróblewski A.K. (2006), *Historia fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
Życiński J. (2010), *Jak rozumieć matematyczność przyrody?* w: *Matematyczność przyrody*, M. Heller, J. Życiński (red.), Petrus, Kraków.

STRESZCZENIE

Artykuł zawiera postulat nawiązujący do klasycznej doktryny empiryzmu, zgodnie z którym matematyka jest specyficznym rodzajem języka, który – jak pozostałe języki naturalne – rozwinął się w konkretnym otoczeniu i w określonych warunkach. Został wykształcony przede wszystkim w środowisku matematyków i fizyków, pod presją realizacji coraz to bardziej precyzyjnego oraz wygodnego opisu świata „martwych" zjawisk i obiektów fizycznych. Dlatego – przynajmniej w takim stopniu, w jakim przedmioty badań nauk przyrodniczych i społecznych różnią się od siebie – może on być nieporęczny dla ekonomistów.

Słowa kluczowe: ekonomia neoklasyczna, ekonomia matematyczna, matematyka w ekonomii, matematyzacja ekonomii, język ekonomii, metodologia ekonomii.

MATHEMATICS: THE LANGUAGE OF PHYSICS IN GOOD SERVICE FOR ECONOMICS?

ABSTRACT

The article postulates, referring to the classical doctrine of empiricism, that mathematics is a special kind of language that, like other natural languages, evolved in a particular context. It developed in the physicists and mathematicians' environment, under pressures to be more and more useful to describe *dead* phenomena and material objects. Therefore, to the extent subjects of studies in natural science and humanities differ from each other, the language of mathematics can be cumbersome for economists.

Keywords: neoclassical economics, mathematical economics, mathematics in economics, mathematization of economics, the language of economics, methodology of economics.

JEL Classification: A12, B13, B16, B40, C02